

饱和土体静态液化失稳理论预测

吕玺琳^{1,2}, 赖海波^{1,2}, 黄茂松^{1,2}

(1. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要: 通过在屈服准则和剪胀性方程中引入材料状态参数, 建立了一个与材料状态相关的本构模型, 用于模拟不同初始孔隙比和围压下土体的应力-应变关系。基于二阶功理论, 建立了饱和土体静态液化失稳理论判别准则。通过预测一系列饱和松砂三轴不排水试验结果, 验证了所建立的本构模型及判别预测准则的合理性。分析结果表明, 静态液化发生于土体硬化阶段, 静态液化触发伴随着剪应力达到峰值, 其后剪应力降低且孔隙水压力持续增长。进一步地, 模拟了充分降解的城市固体废弃物在不排水条件下的应力-应变特性, 并预测到了潜在失稳线及静态液化触发点。

关 键 词: 饱和土; 城市固体废弃物; 材料状态; 静态液化; 二阶功

中图分类号: TU 411

文献标识码: A

Theoretically predicting instability of static liquefaction of saturated soils

LÜ Xi-lin^{1,2}, LAI Hai-bo^{1,2}, HUANG Mao-song^{1,2}

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: By using state-dependent yield function and dilatancy function, a state-dependent non-associated elasto-plasticity hardening model is proposed to simulate the undrained behaviors of saturated soils with different initial densities and confining pressures. According to the second-order work theory, the criteria for potential instability and static liquefaction of saturated soils are proposed. The proposed model and criteria were employed to predict a series of undrained triaxial tests on loose sands. The results showed that the static liquefaction occurs at the hardening stage before the plastic limit, the onset of static liquefaction accompanies with the peak of shear stress; and then the pore water pressure increases and the shear stress decreases with further loading. The stress-strain relationship of the municipal solid waste under undrained condition was also analyzed; the potential instability line was obtained and the onset of static liquefaction was predicted.

Key words: saturated soil; municipal solid waste; material state; static liquefaction; second order work

1 引 言

以往关注的土体液化是指由于地震振动导致土体从固态转化为液态的行为和过程。然而在静载作用下, 受不排水边界的影响, 松散饱和土体孔隙水压力持续升高, 有效应力不断减小, 抗剪强度降低甚至为 0, 土体也表现为液体行为。为与传统的动力液化区分, 将静载作用下由于边界不排水而导致的土体液化称为静态液化^[1]。

静态液化已得到了不排水三轴试验^[2-3]的证实, 试验结果表明, 随着轴向应变的增大, 偏应力和孔压均增大, 偏应力在达到峰值后逐渐减小, 而

孔压则保持继续增长后达到稳定值。当偏应力达到极值时, 对应于静态液化发生。静态液化受初始孔隙比、密实度、初始应力状态及加载模式等多种因素影响, 在围压相对较低条件下的松散砂土中易于发生, 随着孔隙比和围压的增加, 静态液化发生的可能性将降低。在采用 Mohr-Coulomb 准则描述饱和松砂土体的强度时, 静态液化发生对应于土体抗剪强度已达到极值, 但内摩擦角未达到峰值, 因而有必要对静态液化时土体的强度及对应的内摩擦角进行研究。Olson 等^[4]通过总结试验结果, 获得了静态液化发生时土体强度特性描述。Rahman 等^[5]建立了液化时的土体强度与材料状态参数的关系。有关

静态液化的理论预测,当前大都通过失稳线^[6]判别,而失稳线则往往通过整理试验结果得到^[7],受试验土样的初始孔隙比及有效应力变化等多种因素影响,试验得到的失稳线常并不惟一^[8]。土体静态液化失稳机制当前尚没有得到合理的解释,且如何确定失稳线也缺乏理论上的论证。为从理论上预测静态液化失稳, Borja^[9]基于变形分叉理论建立了饱和土静态液化理论判别准则, Andrade^[10]基于该准则,利用临界状态本构模型^[11]进一步研究了砂土中的静态液化现象,指出砂土静态液化是由材料状态决定的,并非材料本身的固有特性。

如何合理描述城市固体废弃物(MSW)的强度特性是垃圾卫生填埋场研究中的重要问题,但由于MSW组分的复杂性,其力学特性十分复杂。为能采用传统土力学中的分析方法对填埋场相关的土工问题进行研究,当前常采用Mohr-Coulomb准则表征MSW的强度特性。以往研究表明,对新鲜垃圾或降解不充分的MSW,大多表现出了加速硬化的特性^[12],在很大变形时仍不能达到峰值强度,因而其强度参数是随变形而变化的。然而随着MSW龄期的不断增长,其黏聚力将减小甚至到0,而内摩擦角则趋于稳定,其力学特性与土体特性接近^[13]。对于充分降解的MSW,不排水三轴试验中观察到了软化现象^[14],然而有关其失稳特性则仍有待于理论上的探讨。

本文基于材料状态相关本构模型及二阶功准则,预测了饱和土体中的静态液化现象,并通过三轴松砂不排水试验进行了验证。进一步地,将所建立的本构模型及失稳理论用于城市固体废弃物本构描述及静态液化特性的研究。

2 材料状态相关本构模型

考虑到土体在不同松密状态下力学特性呈现较大差异,因而若要建立合理的本构模型需引入材料状态相关量。为便于工程应用,本文基于Mohr-Coulomb准则的弹塑性硬化本构模型进行分析。其屈服函数和塑性势函数分别为

$$\left. \begin{aligned} F &= q - Mp' = 0 \\ G &= q + M_d \ln \frac{p'}{p_0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $p' = \sigma_{ii}/3 - u$, $q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{3s'_{ij}s'_{ij}/2}$, $s'_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij}p'$, $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u$, u 为孔隙水压力, δ_{ij} 为克内罗克符号。

为合理描述土体的硬化过程,假定 M 服从双曲

线规律^[15]:

$$M = M_p \frac{\varepsilon_s^p}{A + \varepsilon_s^p} \quad (2)$$

式中: 等效塑性剪切应变 $\varepsilon_s^p = \sqrt{2e_{ij}e_{ij}/3}$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_{ii}/3$; A 为曲线拟合参数; 假定应力比峰值 M_p 及剪胀系数 M_d 均与材料状态相关,并可分别表示为^[16]

$$\left. \begin{aligned} M_p &= M_{cs} \exp(-n^b \psi) \\ M_d &= M_{cs} \exp(n^d \psi) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $A_d = d_0/M_{cs}$, n^b 与 d_0 均为材料参数,材料状态参数 ψ ^[17] 为当前孔隙比与在相同平均压力下处于临界状态孔隙比的差值,如图1所示,用于反映土体的松密状态,表示为

$$\psi = e - e_c \quad (4)$$

临界状态线(CSL)上 e_c 定义为

$$e_c = e_{c0} - \lambda_c \left(\frac{p}{p_{at}} \right)^\xi \quad (5)$$

式中: $p_{at} = 101.3 \text{ kPa}$, 为大气压力; λ_c 和 ξ 为用于确定 $e-p$ 平面临界状态线的材料参数。

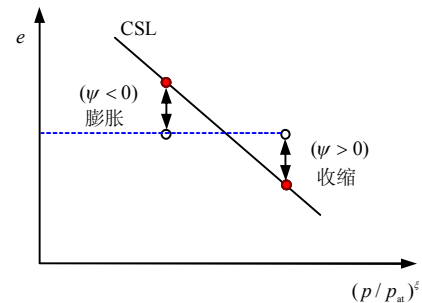


图1 临界状态线
Fig.1 Critical state line

通过上述屈服函数、塑性势函数及硬化准则,可得率形式的弹塑性本构关系为

$$\dot{\sigma}_{ij} = D_{ijkl}^{\text{ep}} \dot{\varepsilon}_{kl} \quad (6)$$

其中,弹塑性模量为

$$\begin{aligned} D_{ijkl}^{\text{ep}} &= \left(K - \frac{2}{3}G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \\ &\frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma'_{mn}} \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma'_{pq}} \right)^T D_{pqkl}^e}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma'_{uv}} \right)^T D_{uvst}^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma'_{st}} + H_p} \end{aligned} \quad (7)$$

硬化模量为

$$H_p = -\frac{\partial F}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial \varepsilon_s^p} = p' M_p \frac{A}{(A + \varepsilon_{ep})^2} \quad (8)$$

体积弹性模量 K 和剪切模量 G 均与土的状态相关, 可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)} G \\ G &= G_0 p_{at} \frac{(2.97-e)^2}{1+e} \sqrt{\frac{p'}{p_{at}}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: G_0 为材料常数; ν 为泊松比。

3 静态液化判别准则

传统理论认为, 只有在当土体应力状态达到塑性极限时土体才会破坏, 其峰值强度可通过 Mohr-Coulomb 准则描述, 且其摩擦角为峰值内摩擦角。然而对于饱和松砂或粉细砂而言, 静态液化导致土体达到峰值内摩擦角前即已失稳。为从理论上预测静态液化发生, 本文基于二阶功原理建立土体失稳判别准则。在小变形条件下, 根据二阶功原理, 要保证材料的稳定, 需满足:

$$d^2 w = d\tilde{\sigma}' : d\tilde{\varepsilon} > 0, \forall \|d\tilde{\varepsilon}\| \neq 0 \quad (10)$$

式中: $d^2 w$ 为功的二阶导数; $d\tilde{\sigma}'$ 为有效应力增量; $d\tilde{\varepsilon}$ 为相应的有效应变增量。

式 (10) 表明, 若存在一个加载路径, 使得二阶功变为负, 在该应力路径下土体失稳, 因而其失稳条件为

$$d^2 w = d\tilde{\sigma}' : d\tilde{\varepsilon} \leq 0, \exists \|d\tilde{\varepsilon}\| \neq 0 \quad (11)$$

代入式 (6), 可得

$$d\tilde{\varepsilon} : \mathbf{D}^{ep} : d\tilde{\varepsilon} \leq 0, \exists \|d\tilde{\varepsilon}\| \neq 0 \quad (12)$$

要使式 (12) 成立, 须满足:

$$\det(\mathbf{D}_{sys}^{ep}) \leq 0 \quad (13)$$

另一方面, 若用应力变化率代替应变增量, 式 (11) 也可表达为

$$d\tilde{\sigma}' : \mathbf{C}^{ep} : d\tilde{\sigma}' \leq 0, \exists \|d\tilde{\sigma}'\| \neq 0 \quad (14)$$

式中: 柔度张量 $\mathbf{C}^{ep}$ 为弹塑性模量张量 $\mathbf{D}^{ep}$ 的逆, 两张量对称部分的行列式同时趋于 0^[18], 因而采用两种模量张量所得结果将完全相同。

土体在加载过程中, 一旦式 (13) 成立, 土体即进入潜在失稳状态, 亦即式 (13) 给出了土体失稳的必要条件, 但土体静态液化是否触发还取决于应力路径和加载方式。在应变增量控制混合模式加

载条件下, 需满足二阶功小于 0, 即满足式 (11), 静态液化失稳才得以触发。

4 不排水三轴试验验证

4.1 松砂模拟

采用前述的本构模型及二阶功失稳准则预测 Doanh 等^[3]的三轴不排水试验结果。试验采用 Hostun 砂, 最小孔隙比为 0.648, 最大孔隙比为 1.041。试样为边长 70 mm 的正方体, 经等向固结后孔隙比分别为 0.883、0.875 和 0.854。试验有效初始固压分别为 100、200、300 kPa。材料参数分别取 $G_0 = 125$ kPa, $\nu = 0.05$, $M_{cs} = 1.0$, $\lambda_c = 0.092$, $e_{c0} = 0.912$, $\zeta = 0.6$, $n_b = 1.1$, $n_d = 3.5$, $A_d = 0.88$, $A = 0.0012$, 通过应变控制的混合加载模式模拟试样的应力-应变特性。

模拟得到的有效应力路径如图 2 所示, 预测结果与试验结果吻合较好。预测得到的有效应力 q 与应变 ε_1 的关系及孔压比与应变的关系如图 3、4 所示, 在刚开始加载时, 剪应力随应变迅速达到峰值, 与此同时, 孔压也逐渐增大, 随着进一步加载, 孔压进一步增大, 剪应力逐渐减小。

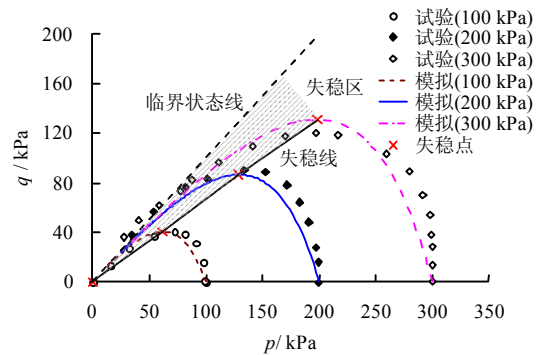


图 2 砂土不排水三轴试验的应力路径 (Doanh 等^[3])

Fig.2 Stress paths of sands under undrained triaxial conditions

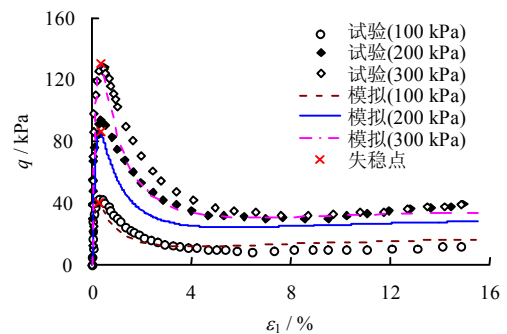


图 3 砂土剪应力和轴向应变的关系

Fig.3 Relationships of shear stress and axial strain of sands

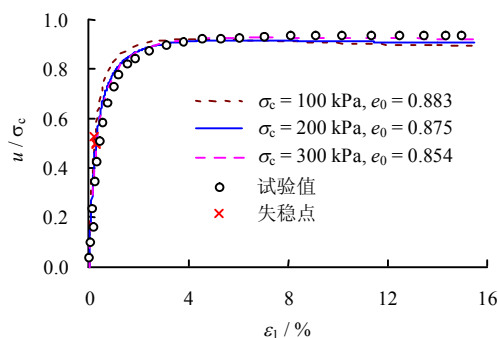


图4 砂土孔压变化规律

Fig.4 Evolutions of pore water pressure of sands

在应变控制加载过程中, 为获得土体的失稳特性, 计算弹塑性模量矩阵对称部分的行列式值如图 5 所示。在加载过程中, 行列式值小于 0, 对应于土体进入潜在失稳区域。通过在不同围压下预测得到的潜在失稳应力比获得失稳线如图 2 所示, 潜在失稳线及破坏线间的区域即为土体潜在失稳区。

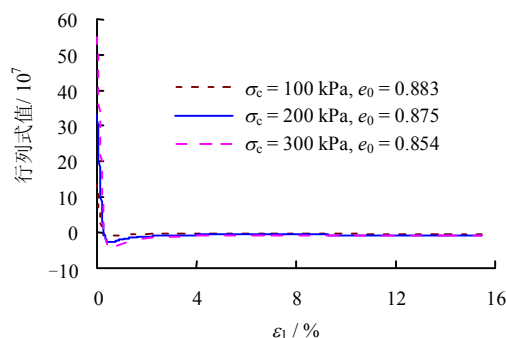


图5 砂土弹塑性矩阵对称部分行列式值变化规律

Fig.5 Evolutions of determinant of symmetric part of elasto-plastic matrix of sands

加载过程中的二阶功得到二阶功随轴向应变的变化规律如图 6 所示。结果表明, 当应变达到 0.30%、0.33%、0.37%时, 二阶功变负, 静态液化发生, 同时偏应力达到极值。通过对比表明, 饱和松砂潜在失稳点和静态液化发生点几乎重合。

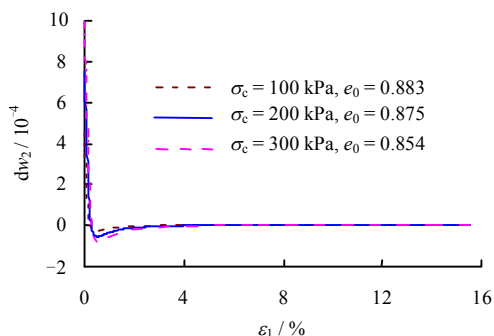


图6 砂土二阶功变化规律

Fig.6 Evolutions of the second order work of sands

为分析土体在加载过程中的硬化或软化特性, 得到硬化模量 H_p 随轴向应变的变化规律如图 7 所示。从图中可看出, 静态液化发生于土体硬化阶段。这表明加载过程中剪应力的降低是静态液化引起, 而并非土体材料本身软化造成的。

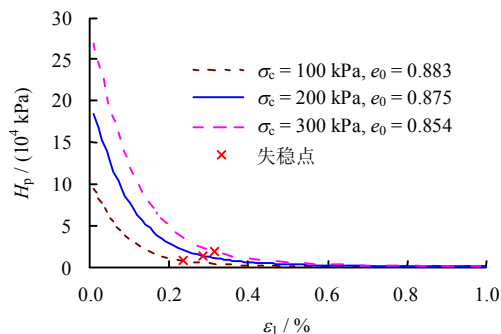


图7 砂土硬化模量变化规律

Fig.7 Evolutions of hardening modulus of sands

4.2 城市固体废弃物模拟

将建立静态液化判别准则用于 Singh 等^[14]的 MSW 三轴不排水试验结果的模拟。试验采用加拿大 Ontario 填埋场垃圾土, 试样高度为 450 mm, 直径为 150 mm。选取围压分别为 60、100、140 kPa 条件下的试验结果进行模拟。由于无法得知垃圾土的孔隙特性, 因此在土体本构模拟时不考虑材料状态参数变化的影响, 根据试验结果, 令式 (3) 中 $M_p = 1.43$, $M_c = 0.95 M_p$, 弹性参数分别取 $G = 1.250$ MPa, $\nu = 0.15$, 拟合参数 $A = 0.006$ 。模拟得到的应力路径及应力-应变曲线如图 8、9 所示。

计算得到弹塑性模量矩阵对称部分的行列式值随轴向应变的变化规律如图 10 所示, 当其值小于 0 时, 对应于 MSW 材料进入潜在失稳区, 但此时二阶功仍保持为正, 因而静态液化并没有触发, 随着进一步加载, 二阶功变为负 (如图 11 所示), 此时静态液化才得以触发。

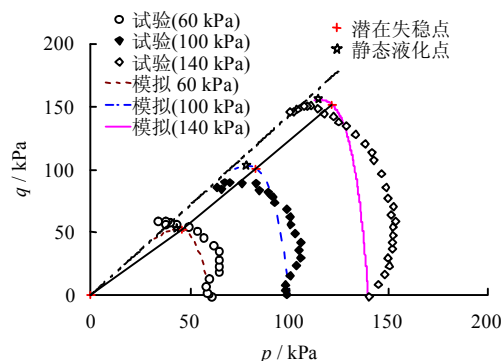
图8 MSW 不排水三轴试验的应力路径 (Singh 等^[14])

Fig.8 Stress paths of MSW under undrained triaxial conditions

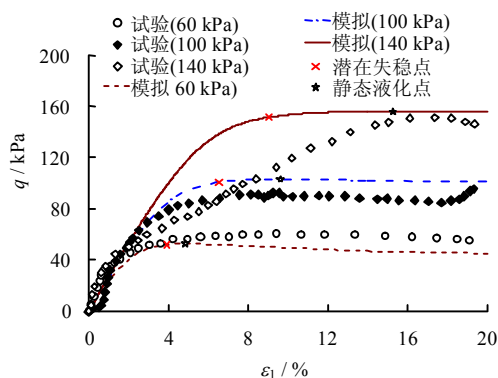


图9 MSW 广义剪应力和轴向应变的关系
Fig.9 Relationships of equivalent shear stress and axial strain of MSW

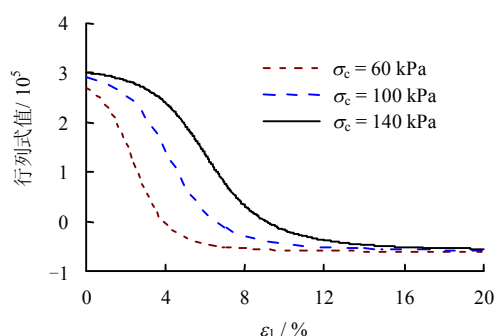


图10 弹塑性矩阵对称部分行列式变化规律
Fig.10 Evolutions of the determinant of symmetric part of elasto-plastic matrix

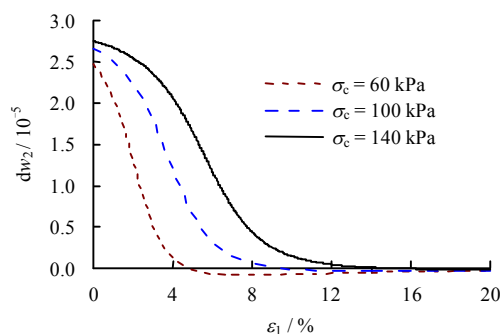


图11 MSW 二阶功变化规律
Fig.11 Evolutions of the second order work of MSW

5 结 论

(1) 基于材料状态相关本构模型, 通过二阶功理论建立了静态液化失稳理论判别准则。弹塑性矩阵对称部分行列式值小于 0 预测的是潜在失稳区域下界, 潜在失稳区域上界则为土体的临界状态线。

(2) 模拟不同围压下松砂不排水三轴试验表明, 土体失稳发生于塑性极限前的硬化阶段, 且土体失稳点与剪应力峰值点重合, 剪切应力减小及孔压上升是由于静态液化而非土体本身软化所致。

(3) 研究了饱和城市固体废弃物的失稳特性,

获得了 p - q 应力空间中的潜在失稳区域并预测到了静态液化发生点。

参 考 文 献

- [1] CASTRO G. Liquefaction of sands[R]//Harvard Soil Mechanics Series 81. Cambridge: Harvard University, 1969.
- [2] LADE P V, PRADEL D. Instability and plastic flow of soils. I: Experimental observations[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, ASCE, 1990, 116(11): 2532—2550.
- [3] DOANH T, IBRAIM E, MATIOTTI R. Undrained instability of very loose Hostun sand in triaxial compression and extension. Part 1: Experimental observations[J]. **Mechanics of Cohesive Frictional Materials**, 1997, 2(1): 47—70.
- [4] OLSON S M, STARK T D. Use of laboratory data to confirm yield and liquefied strength ratio concepts[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2003, 40(6): 1164—1184.
- [5] RAHMAN M M, LO S R. Predicting the onset of static liquefaction of loose sand with fines[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 2011, 138(8): 1037—1041.
- [6] LADE P V. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 1992, 118(1): 51—71.
- [7] YAMAMURO J A, LADE P V. Static liquefaction of very loose sands[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1997, 34: 905—917.
- [8] CHU J, WANATOWSKI D. Instability conditions of loose sand in plane strain[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 2008, 134(1): 136—142.
- [9] BORJA R I. Condition for liquefaction instability in fluid saturated granular soils[J]. **Acta Geotechnica**, 2006, 1(4): 211—224.
- [10] ANDRADE J E. A predictive framework for liquefaction instability[J]. **Géotechnique**, 2009, 59(8): 673—682.
- [11] ANDRADE J E, ELLISON K C. Evaluation of a predictive constitutive model for sands[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, ASCE, 2008, 134(12): 1825—1828.